

SINTEF Energi AS

Postadresse:
Postboks 4761 Sluppen
7465 Trondheim

Sentralbord: Sentralbord: 73597200
Telefaks: Telefaks: 73597250

energy.research@sintef.no
www.sintef.no/energi
Foretaksregister:
NO 939 350 675 MVA

Prosjektnotat

Modellering av termisk ledningsevne i naturlige og kunstige masser

Sammendrag av litteraturstudie – AP1

VERSJON
2.0

DATO
2017-02-10

FORFATTER(E)
Robert Marskar
Svein Magne Hellesø

OPPDRAGSGIVER(E)
REN AS

OPPDRAGSGIVERS REF.
Kåre Espeland

PROSJEKTNR
502000652

ANTALL SIDER OG VEDLEGG:
21

SAMMENDRAG

Vi oppsummerer forskjellige empiriske modeller for termisk ledningsevne i naturlige og knuste masser.

En kort beskrivelse av fuktinnhold og fuktfordeling i jordsmonn blir også gitt.

UTARBEIDET AV
Robert Marskar

Svein Magne Hellesø

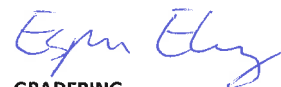
GODKJENT AV
Espen Eberg

PROSJEKTNOTAT NR
AN 15.14.02

SIGNATUR



SIGNATUR



GRADERING
Fortrolig

Historikk

VERSJON	DATO	VERSJONSBEKRIVELSE
1.0	2015-01-09	Versjon som omfatter arbeid gjort i 2014.
2.0	2017-02-10	Versjon som inkluderer beskrivelse av fukt i jordsmonn.

Innholdsfortegnelse

1	INTRODUKSJON	5
2	KORT BESKRIVELSE AV FYSIKK	6
2.1	Effekten av fukt.....	6
2.2	Varmetransport i masser	8
3	GRUNNLEGGENDE DEFINISJONER	8
4	MODELLER FOR TERMISK LEDNINGSEVNE	11
4.1	Kerstens modell (1949).....	11
4.2	De Vries' modell (1952).....	11
4.3	Gemants modell (1952)	12
4.4	Van Rooyen og Winterkorns modell (1957).....	13
4.5	Johansens modell (1975)	13
4.6	Fricke-Misra-Becker-Stewarts modell (1992)	13
4.7	Côte-Konrad modellen (2005)	14
4.8	Modellenes gyldighet.....	15
5	FUKT I JORD OG JORDSMONN	17
5.1	Innledning	17
5.2	Beskrivelse av fuktinnhold	18
5.3	Infiltrasjonsrate.....	19
6	OPPSUMMERING	20
	LITTERATUR	21

Tabell 1: Symbolliste.

<i>Symbol</i>	<i>Betydning</i>	<i>Enhet</i>
k	Termisk ledningsevne	W/(mK)
k_{sat}	Termisk ledningsevne for mettet masse	W/(mK)
k_{dry}	Termisk ledningsevne for uttørket masse	W/(mK)
k_s	Termisk ledningsevne til masse ved null porøsitet	W/(mK)
k_v	Termisk ledningsevne til vann	W/(mK)
k_i	Termisk ledningsevne til is	W/(mK)
S_r	Metningsgrad for tinte masser	1
θ	Volumfraksjon av flytende vann	1
ρ_d	Massetetthet av uttørket masse	kg/m ³
ρ_s	Massetetthet av partikler	kg/m ³
ρ_v	Massetetthet til flytende vann	kg/m ³
ρ_i	Massetetthet til is	kg/m ³
x_j^v	Volumfraksjon	1
n_f	Porøsitet av delvis mettet, delvis fryst masse	1
n	Porøsitet av uttørket masse	1
T	Temperatur	°C
S	Spesifikt overflateareal	m ²

1 INTRODUKSJON

Termisk ledningsevne til knuste mineralmasser samt forskjellige typer jord som funksjon av fuktighet og temperatur (grunnet isdannelse) er viktig inndata for dimensjonering av kabelanlegg. Numeriske beregninger av varmetransport rundt kabelanlegg krever at den termiske ledningsevnen til massen som omringer kabelen enten er spesifisert etter tabellverdier eller en funksjon som avhenger av andre parametere.

De to viktigste faktorene som bestemmer termisk ledningsevne til masser er kornfordelingen, som blant annet bestemmer massetettheten til massen, og fuktighet (for eksempel kvantisert som vannmengde per masseenheter, eller metningsgrad). Sekundære faktorer som innvirker på termisk ledningsevne er mineral-sammensetning, temperatur, og overflateruhet. Merk her at begrepet "masse" omfatter hovedsakelig knuste masser (for eksempel grus, pukk, og singel), men også naturlige masser (for eksempel leire, silt, og sand).

Dette notatet oppsummerer en litteraturstudie av eksisterende modeller for beregning av termisk ledningsevne i relevante masser. Felles notasjon er brukt for de individuelle modellene. Kapittel 2 beskriver i grove trekk de underliggende faktorene som påvirker termisk ledningsevne. Kapittel 3 oppsummerer grunnleggende definisjoner som anvendes for beskrivelse av masser, og Kapittel 4 oppsummerer eksisterende analytiske og empiriske modeller.

2 KORT BESKRIVELSE AV FYSIKK

Jordsmonn og knuste masser er generelt sett amorfe masser bestående av et sett mineral- eller organiske komponenter med forskjellig prosentmessig innhold. For eksempel vil en ideell, tørr mineralmasse bestå av to komponenter; det gitte mineralet, og luft som fyller opp hulrommene mellom partiklene. Ulike mineraler har forskjellig ledningsevne, for eksempel har kvarts omtrent dobbelt så høy varmeledningsevne som granitt. En våt masse vil i tillegg inneholde fukt i form av damp, vann og/eller is.

Den termiske ledningsevne til masser kan *ikke* modelleres som seriell- eller parallell-koblede termiske resistanser der hver resistans tilsvarer én av komponentene i massen [1]. Eksperimentelle og teoretiske analyser har vist at den effektive termiske ledningsevnen til masser i stor grad er avhengig av både porøsitet og fuktinnhold i massen. For alle relevante masser øker termisk ledningsevne monotont med økende fuktighetsnivå, men i ulik grad.

2.1 Effekten av fukt

Effekten av fukt i en gitt kornfordeling påvirker termisk ledningsevne på følgende måte:

- For en uttørket masse er varmeledning gjennom kontaktpunkter mellom partikler og termisk konveksjon i hulrommene i massen primærmekanismene for varmetransport gjennom massen. Bidraget til varmetransport fra konveksjon er relativt lite for masser med lav porøsitet, men vil være større for masser med høyere porøsitet [2].

I amorfe masser vil økt massetetthet øke antall kontaktpunkter, og medføre høyere termisk ledningsevne. Masser med uniform kornfordeling vil normalt sett være relativt porøse og ha dårligere varmeledningsevne enn masser med forholdsvis bred kornfordeling. Merk at knuste masser består av partikler med mange kontaktpunkter og vil normalt sett ha bedre varmeledningsevne enn en tilsvarende masse av sfæriske partikler.

- Ved lavt fuktinnhold (<10 %) samler vann seg rundt kontaktpunktene i jorden. Ansamlingsgraden avhenger av kontaktvinkelen med kornet, og derfor også av overflateruheten til partiklene. I prinsippet kan formen på en slik vann-bru i et kontaktpunkt mellom to overflater beregnes numerisk ved bruk av Euler-Lagrange likningen, eller ved bruk av uttrykk fra hydrodynamikken. Derimot vil vætningsforholdene i en reell kornfordeling generelt sett overskride de individuelle gyldighetsområdene for disse uttrykkene. Youngs likning for kontaktvinkel, som antar glatte overflater, vil være utilstrekkelig. Wenzels likning, som tar hensyn til overflateruhet, vil bare være gyldig dersom vannbruen har en tykkelse to-tre størrelsesordener større enn overflateruheten. Forenklete uttrykk for formen på slike bruer eksisterer for sfæriske partikler, men er ikke relevante for reelle masser grunnet overforenklingen av pakningsforholdet og partikkelformen.

Numerisk beregning av formen på den termiske bruen mellom to partikler er i utgangspunktet er mulig, gitt en beskrivelse av de to overflatene. Derimot vil de faktiske overflateforholdene i en realistisk kornmasse variere tilstrekkelig slik at beregning av bruene mellom alle kontaktpunktene ikke vil være mulig. Effekten av slike bruer likevel kjent; ansamling av vann rundt kontaktpunkter danner en tykkere termisk bru i kontaktpunktene, og fører til økt termisk ledningsevne i massen [1-4].

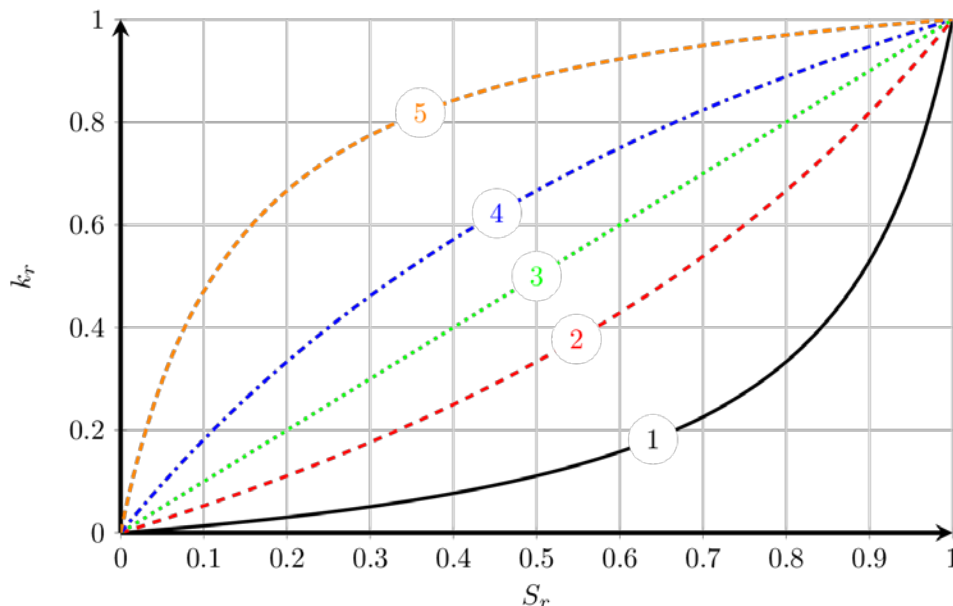
- Ved høyere fuktinnhold samles vann også som en film rundt kornene. Vannet danner et kontinuerlig lag som fullstendig dekker overflatene til partiklene i massen. Varmeledning gjennom overflatefilmen i tillegg til varmeledning gjennom den termiske bruen i kontaktpunktene mellom kornene fører til økt termisk ledningsevne. Merk at de fleste mineraler ($k_m \sim 1 - 3 \text{ W/(mK)}$) har høyere varmeledningsevne enn flytende vann $k_v \sim 0.5 - 0.6 \text{ W/(mK)}$.

Figur 1 viser karakteristisk oppførsel av termisk ledningsevne k til forskjellige masser med gitt kornfordeling og mineralinnhold, som funksjon av metningsgraden S_r . Her betyr de to grensene $S_r = 0$ og $S_r = 1$ at alle hulrommene i massen er erstattet med henholdsvis luft og vann. Den vertikale figuraksen viser normalisert termisk ledningsevne, også kalt Kersten-tallet,

$$k_r = \frac{k - k_{\text{dry}}}{k_{\text{sat}} - k_{\text{dry}}}$$

der $k_{\text{dry}} = k(S_r = 0)$ og $k_{\text{sat}} = k(S_r = 1)$ angir varmeledningsevne til henholdsvis uttørket og mettet masse. Merk at forskjellige masser generelt sett har forskjellige fukt karakteristikk. For kurvene i Figur 2.1. holdes alle massevariabler, slik som kornfordeling og mineralinnhold konstant, og kun metningsgrad varierer.

Teoretisk beregning av termisk ledningsevne til masser med utgangspunkt i fundamentale prinsipper er ikke-trivielt: Modellen må ta inn faktorer som for eksempel isdannelse, overflateruhet, kontaktvinkel, og geometrien til termiske bruer. Anvendelse av disse effektene på amorfe masser som for eksempel grus, sand, og organisk jord er høyst ikke-trivielt. Eksisterende teoretiske beregninger på effektiv termisk ledningsevne til ulike typer masser er overforenklet med tanke på bruk i industrisammenheng. Bruk av empiriske modeller er nødvendig for å bygge opp en database som kan forutsi termisk ledningsevne for masser ved ulike temperatur og metningsgrad.



Figur 2.1: Eksempelkurvene 1 til 5 viser typisk fuktavhengighet til masser.

2.2 Varmetransport i masser

Merk at denne oppsummeringen kun tar for seg modellering av den termiske ledningsevnen til en masse som funksjon av fuktighet, og ikke tar sikte på å modellere varme- eller fukttransport gjennom massen. Disse prosessene - varmeledningsevne, varme- og fukttransport - er koblete i kabelanlegg ettersom en temperaturgradient i bakken fører til migrasjon av fukt. Gitt tilstrekkelig mengde fuktighet kan derimot varme-transporten øke også ved høye temperaturer der vann fordampes i høytemperatursoner: Damp opptar da fordampningsvarme fra varmekilden og migrerer deretter mot temperaturgradienten (det er foreslått at slik fuktmigrasjon kan modelleres med Ficks diffusjonslov $\mathbf{j} = -D\nabla c$, der c er konsentrasjonen av fukt og \mathbf{j} er tilsvarende diffusjonsfluksen). Tilstrekkelig langt vekk fra fordampningssonen kan dampen igjen kondensere, og slippe ut fordampningsvarmen. På den andre siden vil vann returnere til høytemperatursonen gjennom kapillærstrømninger i massen, og på denne måten føre til effektiv kjøling rundt varmekilden. Merk at for masser med for lavt fuktinnhold, eller for kabler med høy varmeproduksjon, kan uttørking nær kabelen skje fortere enn kapillæreffekter kan erstatte de tapte vannbroene, og vil da lede til en signifikant økning av termisk resistivitet i området rundt kabelen. En mer detaljert beskrivelse av fukt og varmetransport i knuste og naturlige masser er gitt i Farouki [5] og Johansen [6]. Parmar [7] har skrevet et kvalitativt sammendrag om termisk resistivitet, tørketid, og tilbakefylling i kabelgrøfter.

3 GRUNNLEGGENDE DEFINISJONER

Vi oppsummerer nå grunnleggende definisjoner av begreper som anvendes for beskrivelse av termisk ledningsevne til masser. En symboloppsummering av de forskjellige parameterne er gitt i Tabell 1.

- **Termisk ledningsevne** skrives med symbol k og er generelt avhengig av flere faktorer. Det brukes symboler k_{dry} og k_{sat} for å betegne termisk ledningsevne for henholdsvis uttørkede og mettede masser. Tilsvarende beskriver symbolene k_s , k_w , og k_i termisk ledningsevne til henholdsvis kornpartiklene, flytende vann, og is.
- **Massetetthet** Vi betegner massetetthet med symbol ρ hvor eventuelt subskript angir en spesifikk komponent. For eksempel skrives massetettheten til en *uttørket* masse med symbol ρ_d , mens symbol ρ_s brukes for massetettheten til partiklene som danner jordsmonnet. For blandingsmasser som består av flere mineralkomponenter erstattes ρ_s med et vektet gjennomsnitt av massetettheten til de individuelle mineralene.
- **Porøsitet** Definert som

$$n = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}$$

Porøsiteten n beskriver volumetrisk andel av "hulrom" i en gitt, *uttørket* masse. Tilsvarende er $1 - n$ volumfraksjonen av partikler i massen. Porøsiteten kan minkes ved å komprimere massen.

Mer generelt vil man si at porøsitet beskriver volumfraksjonen *ikke* okkupert av kornpartikler, og at dermed n kan skrives $n = \frac{V_f}{V_0}$ der V_f er volumet ikke okkupert av partikler, og V_0 er totalvolumet. Porøsitet diskuteres ytterlige i denne teksten etter innføringen av andre grunnbegreper.

- **Fuktinnhold** Skrives med symbol w og er gitt av

$$w = \frac{m_v}{m_s}$$

der m_v og m_s er massemengder med vann og partikler. Fuktinnholdet beskriver forholdet mellom masseandelen av vann og partikler i en masse med gitt volum.

- **Metningsgrad** Skrives med symbol

$$S_r \in R: 0 \leq S_r \leq 1.$$

S_r beskriver normalisert fuktmenge i massen, det vil si andelen av hulrom i massen som er erstattet med vann eller is. Mer generelt vil man betegne $S_r = \frac{V_v + V_i}{V_f}$ der V_v og V_i er volumandeler av henholdsvis vann og is, og V_f er volumet i massen ikke okkupert av partikler.

I det forenklete tilfellet hvor massen kun består av vann, partikler, og luft, kan S_r uttrykkes som

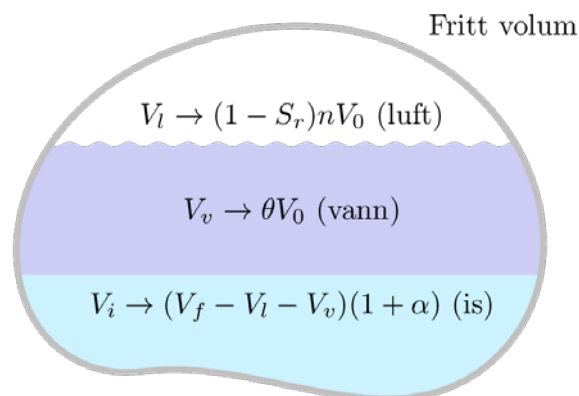
$$S_r = \frac{w \rho_d}{n \rho_v}$$

der ρ_v er massetettheten til vann.

Alternativt kan S_r uttrykkes ved hjelp av massetettheten ρ til totalmassen, som kan være enklere å måle enn fuktinnholdet w , på formen

$$S_r = \frac{\rho - \rho_s(1 - n)}{n\rho_v}.$$

- **Volumfraksjon** Betegnes med symbol x_j^v hvor subskript j betegner mineraltypen. Merk at vi benytter spesialsymboler for volumfraksjoner av vann, is og luft.
- **Flytende vannmengde** Vi betegner volumfraksjonen av flytende vann med symbol $\theta \in R: 0 \leq \theta \leq nS_r$.
- **Porøsitet** For mettede, delvis frosne masser, det vil si masser der både is og flytende vann er tilstede, vil effektiv porøsitet n_f øke sammenlignet med n på grunn av isutvidelse.



Figur 3.1: Prinsskisse for porøsitet av delvis mettede, delvis frysede masser.

La $V_f = V_v + V_i + V_l$ være fritt volum av massen. Porøsiteten til en delvis fryst masse gis av uttrykket

$$n_f = \frac{V_v + V_i + V_l}{V_s + V_v + V_i + V_l} = \frac{n + \alpha(nS_r - \theta)}{1 + \alpha(nS_r - \theta)}$$

- **Metningsgrad** Ekspansjon av is i en masse endrer det frie volumet og derfor også effektiv metningsgrad i massen. La S_r være metningsgrad før massen delvis fryser og S_{rf} være metningsgrad for et delvis fryst jordsmonn. Da er

$$S_{rf} = \frac{V_v + V_i}{V_v + V_i + V_l} = \frac{nS_r + \alpha(nS_r - \theta)}{n + \alpha(nS_r - \theta)}$$

Generelt sett vil frosne masser ha høyere metningsgrad enn tinte masser grunnet is-ekspansjon.

- **Spesifikt overflateareal** Betegnes med symbol S (enhet m^2/g) og beskriver overflateareal per gram tørr masse.

4 MODELLER FOR TERMISK LEDNINGSEVNE

I dette kapittelet oppsummeres eksisterende teoretiske og empiriske modeller for termisk ledningsevne til masser, basert på publikasjoner i tidsrommet 1949-2005.

4.1 Kerstens modell (1949)

Kersten [8] har i et stort standardverk fra 1949 gjennomført tester på mange forskjellige typer masser, og utviklet empiriske likninger for beregning av termisk ledningsevne til leirer og sandige masser basert på måledata. For *frosne og tinte siltleirer* fås

$$\begin{aligned} \text{Tint: } k &= (0.7 \log w - 0.2)10^{0.01\rho_d} \\ \text{Frossen: } k &= 0.01 \times 10^{0.022\rho_d} + 0.085 \times 10^{0.008\rho_d w} \end{aligned}$$

Tilsvarende korrelasjoner for *sandige leirer* er oppgitt å være

$$\begin{aligned} \text{Tint: } k &= (0.7 \log w + 0.4)10^{0.01\rho_d} \\ \text{Frossen: } k &= 0.076 \times 10^{0.013\rho_d} + 0.032 \times 10^{0.0146\rho_d w}. \end{aligned}$$

Farouki [5], og Fricke, Misra [2] har evaluert gyldigheten til uttrykkene ovenfor, og oppgir at *Kerstens korrelasjoner gir rimelige* resultater kun for frosne leirer med metningsgrader opp til 90 %. Kerstens modell er derfor lite relevant med tanke på modellering av termiske ledningsevne i kabelgrøfter.

4.2 De Vries' modell (1952)

Korrelasjonsmodellen av De Vries [9] antar at massen kan beskrives som to-fase system av elliptiske partikler i en fluid-fase. Termisk ledningsevne k er oppgitt å være gitt av

$$k = \frac{x_f^v k_f + F x_s^v k_s}{x_f^v + F x_s^v}$$

der subskript f, s angir fluid og partikkelfase. Faktoren F er gitt av

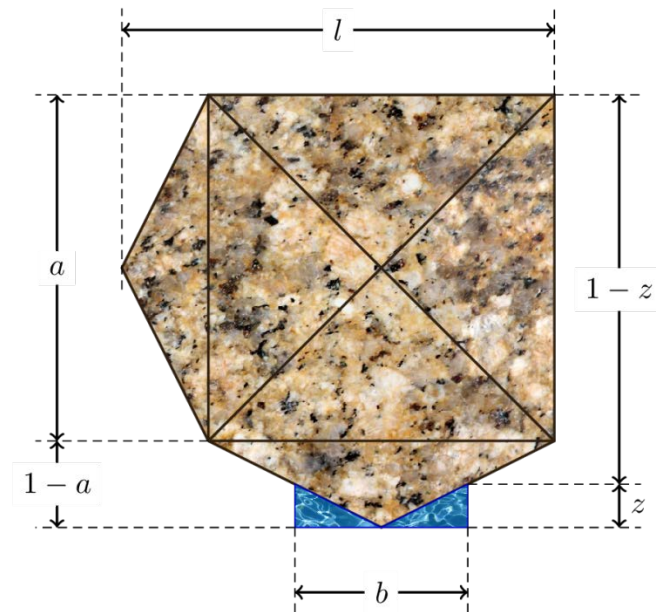
$$F = \frac{1}{3} \sum_i \left[1 + \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right) g_i \right]^{-1}, \quad i = a, b, c.$$

Faktorene g_i summeres til én og er ment å angi formen på de elliptiske partiklene. I praksis blir g_i tilpasset måledata.

De Vries' modell er gyldig for pukk med metningsgrader mellom 10 % og 20 %, samt for mettede masser. Modellen er derfor kun relevant for enkelte kabelgrøfter.

4.3 Gemants modell (1952)

Modellen av Gemant [10] er basert på en idealisert geometrisk modell med punktkontakt mellom partiklene. Vann er antatt å samle seg rundt kontaktpunktene og danner sådan en termisk bru mellom partiklene (se Figur 3).



Figur 4.1: Idealisert kornmodell anvendt av Gemant [10].

Gemants modell er

$$k^{-1} = \frac{\left(\left(\frac{1-a}{a} \right)^{\frac{4}{3}} \arctan \sqrt{\frac{k_s - k_v}{k_v}} \right)}{\left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{k_v (k_s - k_v)}} + \frac{1-z}{k_s a} f \left(\frac{b^2}{a} \right),$$

$$a = 0.078 \sqrt{0.078 \rho_d},$$

$$h = 0.16 \times 10^{-3} \rho_d w - h_0,$$

$$z = \left(\frac{1-a}{a} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{3}},$$

$$b^2 = \left(\frac{a}{1-a} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Her er h er vannmengden samlet rundt kontaktpunktene og h_0 er vannmengden som legger seg som en film rundt partiklene.

Becker, Misra [11] oppgir at Gemants modell gir rimelige svar kun for tinte, sandige masser. Modellen er relevant for tilbakefylling med naturlig sand.

4.4 Van Rooyen og Winterkorns modell (1957)

Rooyen and Winterkorn [12] empiriske modell er basert på eksperimentell data fra sandige og grusige masser, og er gitt av

$$k = \frac{1}{A \exp(-BS_r) + C'}$$

der A, B , og C er enhetsløse, empiriske konstanter som tilpasses måledata.

Van Rooyen og Winterkorns modell er kun gyldig for tinte sandige og grusige masser med metningsgrad mellom 1.5 % og 10 %.

4.5 Johansens modell (1975)

Johansen [6] er basert på termiske ledningsevne for uttørkede og mettede masser. Johansen innfører det normaliserte Kersten-tallet

$$k = (k_{\text{sat}} - k_{\text{dry}})k_r + k_{\text{dry}},$$

der konstantene k_{sat} og k_{dry} er termisk ledningsevner for mettet og uttørket masse. Merk her at all variabelavhengighet er bakt inn i Kersten-tallet k_r , som Johansen foreslår har ulik form for ulike masser. Vi oppsummerer formen på k_r som Johansen foreslår for ulike masser i Tabell 2.

Tabell 2: Foreslått form på k_r fra Johansen [6].

Tilstand	Masse	k_r
Tint	Medium og fin sand	$k_r = 0.7 \log S_r + 1$
	Fin jord	$k_r = \log S_r + 1$
	Torv	$k_r = 0.54S_r^2 + 0.46S_r$
Frossen	Medium og fin sand, fin jord	$k_r = S_r$
	Torv	$k_r = 0.029(36^{S_r} - 1)$

Johansens modell er gyldig for tinte og frosne masser, men for metningsgrader over 20 %. Johansens modell er derfor relevant for kabelgrøfter.

4.6 Fricke-Misra-Becker-Stewarts modell (1992)

Modellen av Fricke, Misra [2] undersøker termisk ledningsevne til forskjellige masser (leire, grus, torv, sand, og silt). Modellen antar at termisk ledningsevne er avhengig av fuktigheten på formen

$$S_r = \lambda_1(\sinh(\lambda_2 k + \lambda_3) - \sinh \lambda_4),$$

der λ_i er materialparametre som må tilpasses målinger av termiske ledningsevne i massen.

I tillegg oppgir modellen av Fricke, Misra [2] termisk ledningsevne for uttørkede masser til å være

$$k_{\text{dry}} = k_a \left(10.68 \frac{\rho_d}{\rho_s} - 4 \right) (\ln \alpha + \beta + w\gamma - 3.9),$$

der k_a , α , β , og γ er konstanter. Merk at dette uttrykket antar at massen kan beskrives som en tilfeldig arrangement av identiske kulepartikler, og derfor ikke representerer en reell tilbakefyllingsmasse.

Modellen av Fricke, Misra [2] gir rimelige resultater for flere typer jordsmonn ved metningsgrad 0 - 100 %. Modellen er derfor relevant for kabelgrøfter, men gir ikke like gode resultater som nyere, forbedrede modeller.

4.7 Côte-Konrad modellen (2005)

Modellen av Côté and Konrad [3], [4] analyserer termisk ledningsevne til over 200 ulike masser. Termisk ledningsevne er uttrykt ved Johansens Kersten-tall $k_r = \frac{k - k_{\text{dry}}}{k_{\text{sat}} - k_{\text{dry}}}$. En empirisk modell for denne foreslås å være [3, 4]

$$k_r = \frac{\kappa S_r}{1 + (\kappa - 1) S_r}.$$

Her er κ en empirisk konstant som beskriver forskjellige masser, men som krever minimal kunnskap til de faktiske mikroskopiske egenskapene til massen. Vi bemerker spesielt at κ er forskjellig for tinte og frosne ($T < 0$) masser. En geometrisk modell er brukt for å anslå k_{sat} ,

$$k_{\text{sat}} = k_s^{1-n_f(\text{sat})} k_i^{n_f(\text{sat})} k_w^{-\theta},$$

der $n_f(\text{sat}) = n_f(S_r = 1)$ er den fri volumfraksjonen. For $T > 0$ er $n_f(\text{sat}) - \theta = 0$.

En geometrisk modell er også brukt for å anslå k_s som angir termisk ledningsevne til partiklene, gitt av

$$k_s = \prod_j k_{m_j}^{x_j^v},$$

der k_{m_j} er termisk ledningsevne for mineraltype j i massen.

Det er vanskelig å anslå mengden flytende vann i en delvis fryst tilbakefyllingsmasse. Forfatterne foreslår å anvende empiriske uttrykk for å fastsette θ :

$$\ln \theta = \ln \rho_d + 0.5519 \ln S - 1.449 \ln(-T) S^{-0.264} - 11.251,$$

der T er temperaturen i grader celsius og S er massens spesifikke overflate (i kvadratmeter per gram masse).

Til dags dato er det ingen eksisterende teoretiske modeller som kan forutsi termiske ledningsevne til en uttørket masse med tilstrekkelig nøyaktighet. Côté and Konrad [3], [4] har målt termisk ledningsevne til over 200 masser og foreslår følgende form på k_{dry} som funksjon av porøsitet:

$$k_{\text{dry}} = \chi e^{-n\eta},$$

der n er porøsiteten av den uttørkede massen og χ og η er empiriske parametre. Merk uansett at fastsettelse av χ og η krever at k_{dry} må måles to ganger ved forskjellig komprimeringsgrad. I tilfeller der tilbakefyllingsmassen ikke endrer seg med tid (det vil si der $n = \text{konstant}$) er det tilstrekkelig å måle k_{dry} én gang. I tillegg er det nødvendig å måle k ved ulike metningsgrader S_r .

Côté and Konrad [3] har oppgitt verdier for κ , χ , og η for flere typer masser. *Modellen gir gode resultater for de tinte og frosne masser ved alle metningsgrader.*

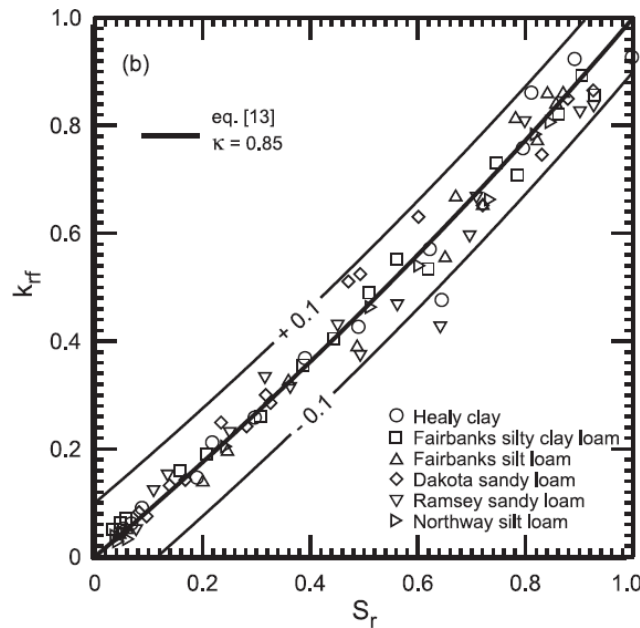
4.8 Modellenes gyldighet

Vi oppsummerer gyldigheten til de forskjellige empiriske og teoretiske modellene i Tabell 3.

Tabell 3: Sammenlikning av empiriske modellens gyldighet. Data er tatt fra Farouki [5], Fricke, Misra [2] og Côté and Konrad [3].

<i>Tilstand</i>	<i>Masse</i>	<i>S_r</i>	<i>Modell</i>
Tint	Grovkornet	0,015 – 0,100	Van Rooyen og Winterkorn, Côté og Konrad
		0,100 – 0,200	de Vries, Côté og Konrad
		0,200 – 1,000	Gemant (for silt-leirer), Côté og Konrad
		Mettet	Johansen, de Vries, Gemant, Côté og Konrad
	Finkornet	0,000 – 0,100	Johansen, Côté og Konrad
		0,100 – 0,200	Johansen, Côté og Konrad
		0,200 – 1,000	Johansen, Côté og Konrad
		Mettet	Johansen, de Vries, Gemant, Côté og Konrad
Frossen	Grovkornet	0,100 – 1,000	Johansen, Côté og Konrad
		Mettet	Johansen, de Vries, Côté og Konrad
	Finkornet	0,000 – 0,100	Kersten, Côté og Konrad
		0,100 – 1,000	Johansen, Côté og Konrad
		Mettet	Johansen, de Vries, Côté og Konrad

Til dags dato er modellen for termisk ledning av Côté and Konrad [3] den mest konsistente og verifiserte. Figur 4 er hentet fra Côté and Konrad [3] og viser en sammenlikning mellom måledata og deres empiriske likning for forskjellige kanadiske masser. Samsvaret mellom den empiriske modellen og måledata er generelt god.



Figur 4.2: Fra Côté and Konrad [3]. Datapunkter viser måledata og den tykke kurvene viser modellert k_r for κ oppgitt i figuren. De tynne kurvene ± 0.1 angir grensene med 10 % usikkerhet.

Vi repeterer at i modellen av Côté and Konrad [3] er termisk ledningsevne gitt ved

$$k = k_{\text{dry}} + \frac{\kappa S_r}{1 + (\kappa - 1)S_r} (k_{\text{sat}} - k_{\text{dry}}).$$

Merk at siden

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_u & \text{for } T \geq 0, \\ \kappa_f & \text{for } T < 0, \end{cases}$$

vil man spesifisere

$$k = \begin{cases} k_{\text{dry}} + \frac{\kappa_u S_r}{(1 + (\kappa_u - 1)S_r)} (k_{\text{sat}(u)} - k_{\text{dry}}), & \text{for } T \geq 0, \\ k_{\text{dry}} + \frac{\kappa_f S_r}{(1 + (\kappa_f - 1)S_r)} (k_{\text{sat}(f)} - k_{\text{dry}}), & \text{for } T < 0, \end{cases}$$

der $k_{\text{sat}(u)}$ og $k_{\text{sat}(f)}$ er termisk ledningsevne for mettede masser i henholdsvis tint og (delvis) frosne tilstand. Merk at $k_{\text{sat}(u)}$ er konstant og temperaturuavhengig siden innholdet av fukt er konstant ($S_r = 1$), i tillegg til at temperaturavhengigheten til termisk ledningsevne for både vann og mineraler er forholdsvis konstant i temperaturområdet 0 – 95 °C. I et transient varmeforløp i kabelanlegg vil $S_r = S_r(t)$ generelt, og i tillegg vil man ha $k_{\text{sat}(f)} = k_{\text{sat}(f)}(T)$ grunnet tilstedeværelse av flytende vann $\theta = \theta(T)$. Vi nevner at neglisjering av flytende vann i masser kan medføre feilberegninger av k med faktorer opp til 20 % [3]. Den endelige funksjonsformen på k er

$$k = \begin{cases} k_u(S_r(t)) & \text{for } T \geq 0, \\ k_f(S_r(t), \theta(T)) & \text{for } T < 0. \end{cases}$$

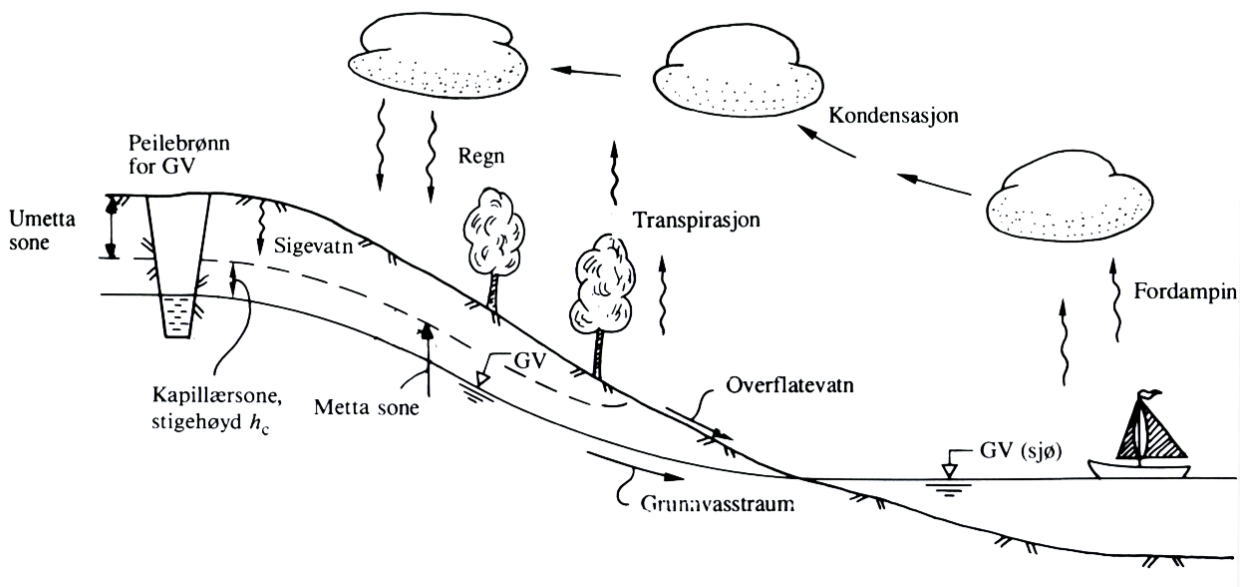
Med bakgrunn i likningen ovenfor er modellering av varmetransport i kabelanlegg med variabel fuktighet og temperatur er mulig gjennom en simultan løsning av varmeledningslikningen for å beregne T , samt løsning av transportlikninger (for eksempel diffusjons eller hydrodynamiske likninger) for å fastsette S_r .

5 FUKT I JORD OG JORDSMONN

5.1 Innledning

Fuktinnholdet i jord/masser nært overflaten vil generelt variere med hvor mye vann som tilføres ovenfra (nedbør), fordampning fra overflaten, avrenning langs overflaten, og hvor mye som dreneres nedover og bort i grunnvannsspeilet [13].

Skjematisk kan fuktfordelingen beskrives som i figuren nedenfor (kopiert fra [13]). Et stykke ned i bakken er alle porene i jorden fylt med vann. Graver man et dypt nok hull ned gjennom bakken vil det etterhvert samles vann i hullet. Overflaten på dette vannspeilet definerer grunnvannsnivået/speilet (grunnvannspeilet er det nivået vannet stiller seg i hullet). Under grunnvannspeilet vil alle porene i jordsmonnet være fylt. Imidlertid kan også porene i jordsmonnet over grunnvannsspeilet være tilnærmet fylte. Dette skjer fordi vann fra grunnvannsspeilet trekkes opp en høyde h_c av kapillærkrefter mellom porene i jorda. Stigehøyden h_c varierer med jordarten, i grus og sand er stigehøyden fra tilnærmet null til noen få centimeter, for silt opp til 10 m, og for leire opp til 100 m. Stigehøyden i mm kan estimeres ut fra $h_c=27/d$, hvor d er korndiameteren i mm. Kappilærsonen kan anses som mettet. Drenering ved grøfting eller nedgraving av drenerør vil i utgangspunktet kun påvirke nivået på grunnvannstanden, og vil ikke påvirke stigehøyden. Dette betyr at i leire og silt kan det være mettet jordsmonn godt over bunnen av dreneringsgrøfter etc.



Figur 5.1: Skjematisk beskrivelse av fuktighetsnivået i jordsmonnet som en del av vannets kretsløp.

Over kapillærsonen er det en umettet sone hvor porene er ikke helt fylt, men er delvis luftfylt. Graden av metning (andel av hulrommen som er vannfylt, betegnet relativ metningsgrad S_r) vil blant annet være avhengig av forholdene på overflaten: uttørking på overflaten vil redusere metningsgraden siden transporten av vann på grunn av kapillærkreftene i den umetta sone ikke er stor nok. Ved kraftig regnfall vil den umetta sone kortvarig bli mettet av vann, overskuddsvannet vil gradvis drenes nedover i den umetta sone og ned til den metta sone og grunnvannet.

Leire har som nevnt høy kapillær stighøyde, men transporten av vann vil være langsom (på grunn av tett struktur). Leire (og andre tette jordarter) kan dermed tørke ut fra overflaten ved visse forhold selv om stighøyden skulle tilsi metning helt til overflaten.

Vannet i jordsmonnet kan klassifiseres som fritt vann, kapillært vann og hygroskopisk vann:

- **Fritt vann** er a) synkevann (sigevann) på vei ned gjennom de større porer i jorden etter regn og snøtining, og b) grunnvann som fyller alle åpninger i jorden (og renner langsomt unna på et tett jordlag eller fjellgrunn).
- **Kapillært vann** holdes fast av kapillærkrefter mellom kornene, og er bundet i forskjellig grad. Dette vannet bestemmer relativ metningsgrad.
- **Hygroskopisk vann** er (eller kan være) opptatt fra vanddamp i luften og fortettet som et tynt lag på overflaten av jordpartiklene. Dette vannet er sterkt bundet til kornene i jorda, og for å fjerne dette må prøven varmes til 105 °C. Siden dette vannet er bundet på overflaten til kornene, vil leire som har svært små (og ofte plateformede) korn/partikler kunne ha svært mye bundet vann. (Hygroskopisk vann blir gjerne definert som det vannet blir tatt opp i jorden når det er 98 % relativ fuktighet i lufta.)

Porositeten til masser varierer etter type og kornsammensetning. For naturlige masser er det angitt at porositeten er omtrent 50 % for leire, og 30%-50% for fin sand.

Feltkapasiteten (field capacity) angir hvor mye vann som blir igjen i massen etter at det frie vannet er drenert bort. For leire er feltkapasiteten høy, gjerne rundt 30%, mens for sand er den rundt 10 %.

5.2 Beskrivelse av fuktinnhold

Det er mange forskjellige måter å beskrive fuktinnholdet i jord på, alt avhengig av formålet:

- **Absolutt fuktinnhold** kan måles ved å bestemme hvor mye fukt/vann en jordprøve inneholder. Dette kan gjøres ved å veie en prøve før og etter tørking. Forskjellig grad av tørking (først lufttørking og deretter ved høyere temperatur) kan også bestemme hvor mye hygroskopisk vann det er i prøven.
- **Relativ metningsgrad** beskriver hvor mye av hulrommene i en jordprøve som er fylt av vann. For å finne relativ metningsgrad må både tørr og vannmettet tetthet bestemmes (for å finne porositeten) samt at fuktinnhold i prøven også må måles .

Innen agronomifeltet er begrepet "**suction**" gjerne brukt for å angi hvor mye fuktighet det er i jorden. Dette begrepet angir hvor "hardt vannet er festet i jorden" (det vil som hvor mye arbeid/energi som må brukes for å få vannet ut). Suction blir angitt i negativt trykk fra 0 kPa til $-\infty$:

- 0 til -10 kPa: overskudd/fritt vann som dreneres bort/nedover
- -10 kPa til -31 000 kPa: kapillært vann
- -31 000 kPa til $-\infty$: hygroskopisk vann

Ved grunnvannsspeilet er suction pr definisjon 0 kPa, og det øker deretter nedover i jordsmonnet.

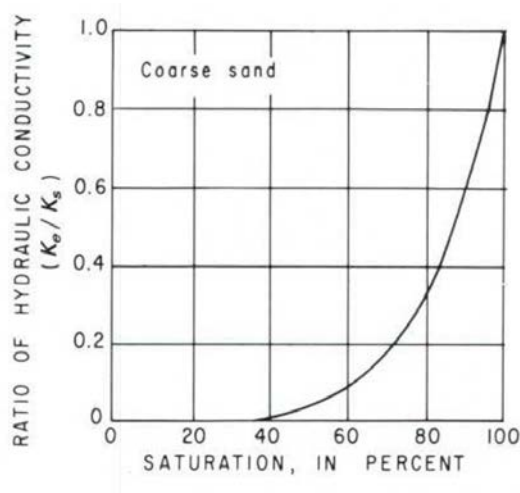
Det kan konseptuelt forklares gjennom at suction er det "trykket" kapillærene suger til seg vann med (negativ trykk blir sug), små tomme porer suger kraftigere enn store og vannfylte kapillærer.

Ved overgang mellom to jordarter med forskjellig sammensetning, for eksempel mellom leire og sand, vil den kraftige kapillærkraften i leire føre til at vann først vil bre seg utover i leira, først når leira er mettet (og har fått lav suction) vil vannet begynne å trekke inn i sanden.

5.3 Infiltrasjonsrate

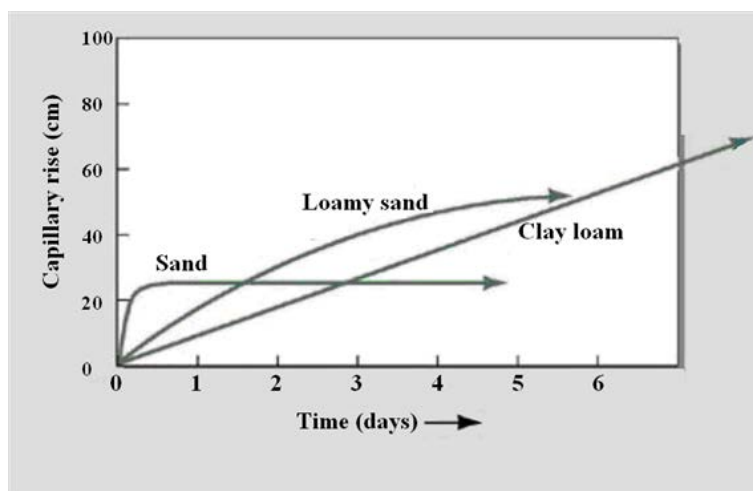
Det er over angitt at enkelte jordtyper, på grunn av kapillærkrefter, drar opp fukt fra et eventuelt grunnvannsnivå. Leire (og andre finkornede materialer) vil dra opp fukt ganske høyt. Den samme effekten vil i større eller mindre grad også bidra til å refordele/distribuere fukt i prøver som blir tilført fukt. Hvor raskt fuktigheten blir dratt opp eller blir refordelt er avhengig av den hydrauliske ledningsevnen. Den hydrauliske ledningsevne er også naturlig nok avhengig av jordtypen, men er også avhengig av hvor fuktig jorda er. I leire er den hydrauliske ledningsevnen liten (det er små kanaler som gir høy strømmingsmotstand), som betyr at det vil ta lang tid for fukt å fordele seg i leire.

Den hydrauliske ledningsevnen er størst for mettet jord, og blir gradvis mindre når metningsgraden går ned, som angitt i Figur 5.2. Dette betyr blant at ved oppfukning av uttørket jord brer vannet seg utover i en markert vannfront.



Figur 5.2: Hydraulisk ledningsevne som funksjon av metningsgrad, kopiert fra <http://pubs.usgs.gov/wsp/2220/report.pdf>

Målinger av hvor raskt vann trekker opp i tørre prøver, Figur 5.3, viser at i det i sand raskt oppstår stabile forhold, vannet blir trukket hurtig opp til stighøyden for sand. I tettere jordarter med silt og leire tar det lengre tid for at stabile forhold oppstår.



Figur 5.3: Kapillær stigning i forskjellige jordarter.

http://www.tankonyvtar.hu/en/tartalom/tamop425/0032_talajtan/images/new/59.bmp

Ut fra dette kan man si at for sand kan man anta at fuktigheten være jevnt fordelt etter noen timer etter tilførsel av fukt i en prøve av **sand** som er mindre enn 20 cm i maksimal utstrekning, ihvertfall for prøver hvor fuktigheten er nogenlunde høy (ref Figur 5.2 og Figur 5.3). For prøver hvor fuktnivået ikke er høyt, ser det ut til at refordelingen kan ta noe lengre tid, siden transporten kanskje må skje via diffusjon i luft.

6 OPPSUMMERING

Vi har oppsummert og spesifisert gyldighetsområdene til forskjellige modeller for termisk ledningsevne til knuste og naturlige masser. Modellen av Côté and Konrad [3] er til nå den best verifiserte modellen og har et gyldighetsområde som spenner over flere typer masser brukt i kabelgrøfter, slik som sand, pukk og grus.

LITTERATUR

1. Winterkorn, H.F. *Behavior of moist soils in a thermal energy field*. in *Clays and clay minerals*. 1960.
2. Fricke, B.A., et al. *Soil Thermal Conductivity: Effects of Saturation and Dry Density*. in *THERMAL PERFORMANCE OF THE EXTERIOR ENVELOPES OF BUILDINGS*. 1992.
3. Côté, J. and J.-M. Konrad, *A generalized thermal conductivity model for soils and construction materials*. Canadian Geotechnical Journal, 2005. **42**(2): p. 443-458.
4. Côté, J. and J.-M. Konrad, *Thermal conductivity of base-course materials*. Canadian Geotechnical Journal, 2005. **42**(1): p. 61-78.
5. Farouki, O.T., *Thermal properties of soils*. 1981: CRREL Monograph.
6. Johansen, Ø., *Thermal Conductivity of Soils*. 1975, University of Trondheim.
7. Parmar, D., *Thermal Resistivity of Soil*, in *Power Engineering (Willis)*. 2011, CRC Press. p. 287-312.
8. Kersten, M.S., *Thermal Properties of Soils*. 1949: University of Minnesota.
9. De Vries, D.A., *The thermal conductivity of soil*. Mededelingen vn de Landbouwhogeschool te Wageningen, 1952. **52**(1): p. 1-73.
10. Gemant, A., *How to compute thermal soil conductivities*. Heating, Piping, and Air Conditioning, 1952. **24**(1): p. 122-123.
11. Becker, B.R., A. Misra, and B.A. Fricke, *Development of correlations for soil thermal conductivity*. International Communications in Heat and Mass Transfer, 1992. **19**(1): p. 59-68.
12. Rooyen, M.V. and H.F. Winterkorn. *Structural and textural influences on thermal conductivity of soils*. in *Highway Research Board Proceedings*. 1957.
13. Aarhaug, Olav R., *Geoteknikk*, 1992, ISBN 8256222093, NKI.



Teknologi for et bedre samfunn

www.sintef.no